

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：工程數學【海下海物所碩士班甲組】

共 1 頁 第 1 頁

1. (10%) Answer the following questions (2% each):

- (a) Is this Ordinary Differential Equation (ODE): $\frac{d^2y}{dx^2} + (\sin x)\frac{dy}{dx} + xy = e^{-x^2}$ linear, or non-linear?
- (b) Is this ODE: $\frac{dy}{dx} = f(x, y^2)$ linear, or non-linear?
- (c) Is this ODE: $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 3\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - 2y = 0$ linear, or non-linear?
- (d) Write down the most general form of the n th-order nonhomogeneous ODE with constant coefficients.
- (e) Write down the Bessel differential equation.

2. (15%) Solve the following ODE:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y - x + 4}{2x - y - 3}$$

3. (15%) Solve the following initial value problem (IVP):

$$y'' - 2y' - 3y = 5te^{2t}$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

4. (20%) Consider the Dirac delta function $\delta(x - x_0)$ defined as:

$$\delta(x - x_0) = \begin{cases} 0, & x \neq x_0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) dx = 1 \end{cases}$$

- (a) Show that $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x - x_0)dx = f(x_0)$. (10%)
- (b) Solve the IVP:

$$y'' + 4y = \delta(t - 3\pi)$$

with the initial conditions:

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0. \quad (10\%)$$

5. (20%) Consider the boundary value problem (BVP):

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, \quad y'(1) + y(1) = 0$$

where λ is the eigenvalue.

- (a) Determine the eigenvalues and eigenfunctions of the problem. (10%)
 - (b) Expand the function: $f(x) = x$, $0 \leq x \leq 1$, in terms of the normalized functions. (10%)
6. (20%) Solve the following wave equation subject to the boundary and initial conditions:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 1$$

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：流體力學【海下海物所碩士班甲組選考】

共 | 頁 第 | 頁

1. Term Explanation (5% each)
 - (a). Newtonian fluid
 - (b). Isothermal process
 - (c). Archimedes' principle
 - (d). Stagnation point
 - (e). Mach cone
2. A gas flows along the x -axis with a speed of $V = 5x$ m/s and a pressure of $p = 10x^2$ N/m², where x is in meters. (a) Determine the time rate of change of pressure at the fixed location $x = 1$. (b) Determine the time rate of change of pressure for a fluid particle flowing past $x = 1$. (20%)
3. Air steadily expands adiabatically and without friction from stagnation conditions of 650 kPa and 290 K to a static pressure of 101 kPa. Determine the velocity of the expanded air assuming incompressible flow. (15%)
4. An airplane flies at Mach 0.82 at an altitude of 10 km in a standard atmosphere. Determine the stagnation pressure on the leading edge of its wing if the flow is incompressible; if the flow is incompressible isentropic. (20%)
5. A viscous liquid ($\rho = 1.18 \times 10^3$ kg/m³; $\mu = 0.0045$ N·s/m²) flows at a rate of 12 ml/s through a horizontal, 4-mm-diameter tube, determine the pressure drop along a 1-m length of the tube which is far from the tube entrance so that the only component of velocity is parallel to the tube axis. (20%)

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：應用力學【海下海物所碩士班甲組選考】

共 2 頁 第 1 頁

說明：本試卷共五題，總分 100 分。

1. (20%) 名詞解釋：(不要直接將名詞翻譯為中文，也不要寫數學方程式。以中文或英文書寫皆可。)
- (1) Conservative force
 - (2) Principle of virtual work
 - (3) Momentum
 - (4) Damping
 - (5) Coefficient of restitution

2. (25%)

- (1) 三個重塊以滑輪及繩索支撐，其重量如圖 2(a) 所示。在平衡狀態下， $\sin\theta$ 值為多少？(15%)
- (2) 一繩索受力狀態如圖 2(b) 所示，假設繩索 BC 段所受張力為 T ，請寫出此系統之平衡方程式。(10%)

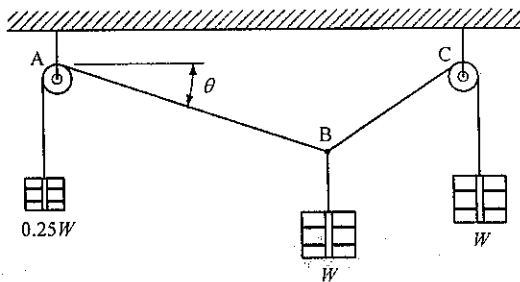


圖 2(a)

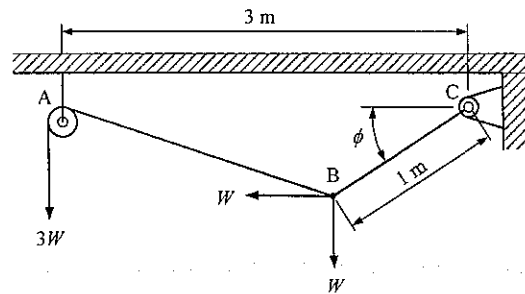


圖 2(b)

3. (15%) 一物體由靜止沿著直線運動，其加速度曲線如圖 3 所示。

- (1) 請寫出此物體之速度 v 與時間 t 之關係式。(10%)
- (2) 請問何時此物體之速度為零。(5%)

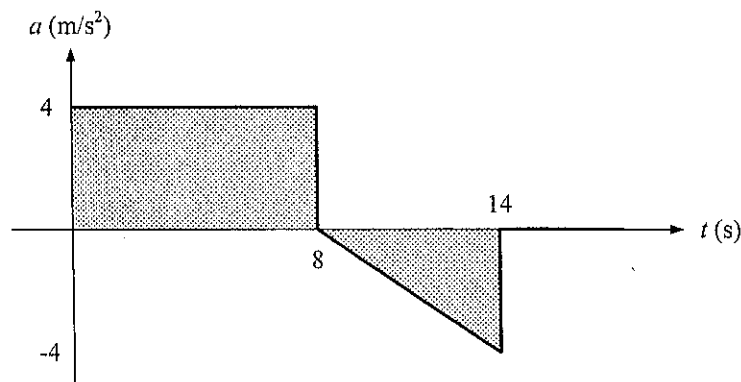


圖 3

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：應用力學【海下海物所碩士班甲組選考】

共 2 頁 第 2 頁

4. (20%) 一條繩索纏繞於重量為 20 kg 的捲筒上，捲筒對 A 點之迴轉半徑為 $k_A = 0.4$ m，如圖 4 所示。假若一個 2 kg 的木箱懸吊於繩索末端，並且從靜止狀態自由落下。
- (1) 請畫出自由體圖。(6%)
 - (2) 求出木箱墜落之加速度。(14%)

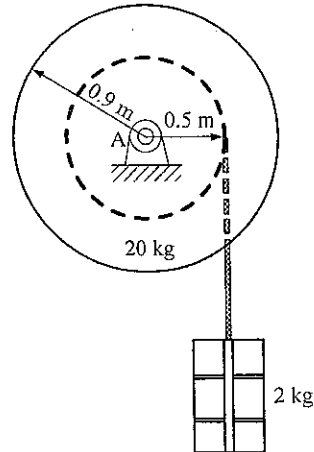


圖 4

5. (20%) 任意形狀之物體懸吊於 A 點，其質量為 m 、質心位於 G，對質心之迴轉半徑為 k_G ，如圖 5 所示。若將此物體自平衡位置移動一微小 θ 並釋放：
- (1) 求此物體對 A 之慣性矩。(5%)
 - (2) 寫出運動方程式。(10%)
 - (3) 令 $\sin \theta \cong \theta$ ，求此物體之振動週期。(5%)

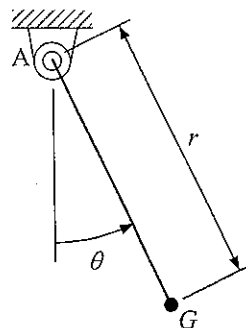


圖 5

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：電子學【海下海物所碩士班甲組選考】

共 之 頁 第 / 頁

1. For the circuit in Fig. 1, determine the values of v_1 , i_1 , i_2 , v_o , i_L , and i_o . Also determine the voltage gain v_o/v_1 (here, $v_1=1V$), current gain i_L/i_1 (here, $i_1=i_1$), and power gain P_o/P_1 . (16%)
2. Consider the half-wave rectifier circuit of Fig. 2. Let v_s be a sinusoid with 15-V peak amplitude, and let $R=1.5\text{ k}\Omega$. Use the constant-voltage-drop diode model with $V_D=0.7\text{ V}$. (a) Sketch the transfer characteristic. (b) Sketch the waveform of v_o . (c) Find the average value of v_o . (d) Find the PIV of the diode. (16%)
3. An NMOS transistor has $\mu_n C_{ox} = 60\text{ }\mu\text{A/V}^2$, $W/L = 40$, $V_t = 1\text{ V}$, and $V_A = 15\text{ V}$. Find the transconductance g_m and output resistance r_o when (a) the bias voltage $V_{GS} = 1.5\text{ V}$, and when (b) the bias current $I_D = 0.5\text{ mA}$. (12%)
4. For the common-emitter amplifier shown in Fig. 3, let $V_{CC} = 9\text{ V}$, $R_1 = 27\text{ k}\Omega$, $R_2 = 15\text{ k}\Omega$, $R_E = 1.2\text{ k}\Omega$, and $R_C = 2.2\text{ k}\Omega$. The transistor has $\beta = 100$ and $V_A = 100\text{ V}$ (Early voltage). Calculate the dc bias current I_E . If the amplifier operates between a source for which $R_{sig} = 10\text{ k}\Omega$ and a load of $2\text{ k}\Omega$, replace the transistor with its hybrid- π model, and find the values of R_{in} , the voltage gain v_o/v_{sig} , and the current gain i_o/i_i . (20%)
5. The equivalent circuit of a quartz crystal is shown in Fig. 4. A 2-MHz quartz crystal is specified to have $L = 0.52\text{ H}$, $C_s = 0.012\text{ pF}$, $C_p = 4\text{ pF}$, and $r = 120\text{ }\Omega$. Find the series resonance frequency f_s , parallel resonance frequency f_p , and Q factor. (10%)
6. For the circuit in Fig. 5, let the op-amp saturation voltages be $\pm 10\text{ V}$, $R_1 = 100\text{ k}\Omega$, $R_2 = R = 1\text{ M}\Omega$, and $C = 0.01\text{ }\mu\text{F}$. Find the frequency of oscillation. (10%)
7. (a) Analyze the circuit in Fig. 6 to determine its transfer function $V_o(s)/V_i(s)$. (b) Design the circuit to realize a low-pass filter with $f_o = 4\text{ kHz}$ and $Q = 1/\sqrt{2}$. Use $10\text{-k}\Omega$ resistors. (16%)

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：電子學【海下海物所碩士班甲組選考】

共 2 頁 第 2 頁

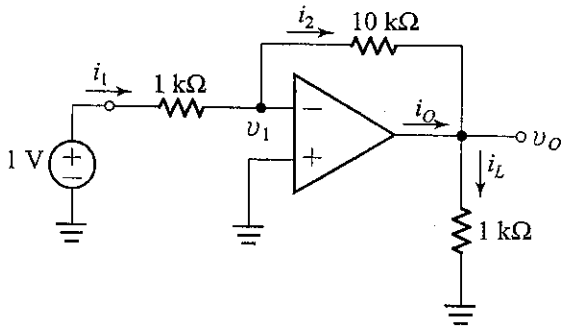


Figure 1

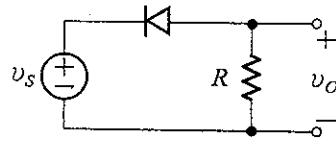


Figure 2

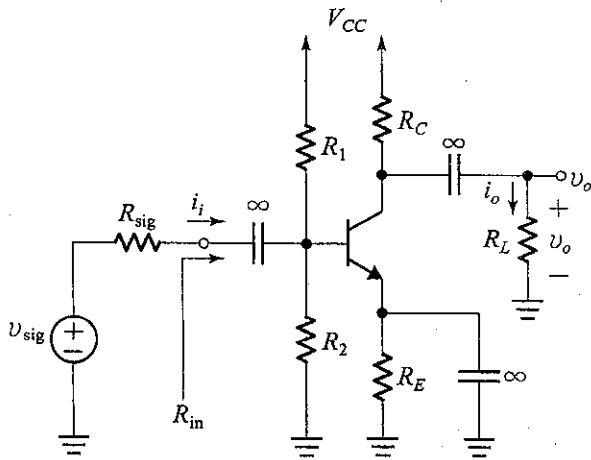


Figure 3

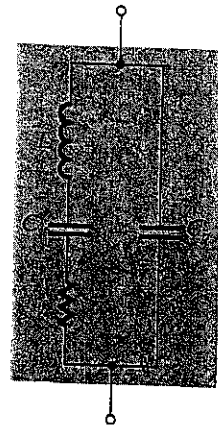


Figure 4

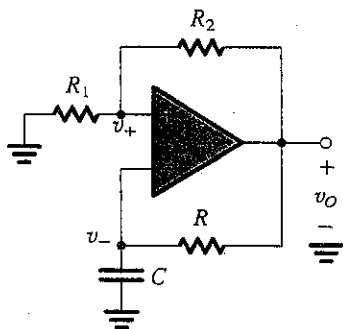


Figure 5

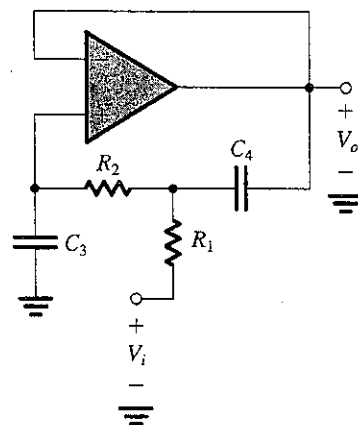


Figure 6

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：微積分【海下海物所碩士班乙組】

共 / 頁 第 / 頁

1. (30%) Answer the following questions *as precisely as possible*: (3% each)

- (a) State the definition for the existence of *limit* of $f(x)$ at x_0 .
- (b) State the definition for $f(x)$ *continuous* at x_0 .
- (c) State the definition for $f(x)$ *differentiable* at x_0 .
- (d) Is it true that if $f(x)$ is differentiable at x_0 , then the limit of $f(x)$ at x_0 must exist? Why?
- (e) Give an example of a function that is continuous everywhere, but differentiable nowhere.
- (f) If $f(x)$ is continuous between a and b except at x_0 (e.g. $f(x)$ is not continuous at x_0 , or even doesn't exist at x_0), where $a < x_0 < b$, then

$$\int_b^a f(x)dx \neq \int_a^{x_0} f(x)dx + \int_{x_0}^b f(x)dx$$

Is the above statement true or false? Why?

- (g) The L'Hopital's Rule says: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-\sin x}{1} \right) = 0$, state its significance.
- (h) It is a general practice that $\sin x$ be *linearized* as x when x is small, explain why and state its significance.
- (i) Give an example of an infinite series that is *conditionally convergent*. Is it true that if an infinite series is *absolutely convergent*, then it must be convergent?
- (j) If you drive a car without stops from Kaohsiung to Taipei with an average speed 90 km/h, then at *some* instant, you must travel *exactly* with that speed. Is this statement true or false? Quote some theorem from calculus to justify your answer.

2. (20%) Find the following limits. (5% each)

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)^3 \sin \left(\frac{1}{x-1} \right)^2$
- (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(1 + \sin^2 x)}{(x + \sin x)^2}$

3. (15%) Consider the function: $f(x) = \begin{cases} x^4 \sin^2(1/x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

- (a) Show that 0 is the local minimum point of $f(x)$. (5%)
- (b) Determine $f'(0) = 0$, $f''(0) = 0$. (10%)

4. (20%) Conduct the following problem as stated:

- (a) Perform the integration: $\int x(\log x)^2 dx$ (5%)
- (b) Perform the integration: $\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \frac{1}{x^2} dx$ (10%)
- (c) Determine whether the improper integral exist: $\int_0^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x}} dx$ (5%)

5. (15%) This problem concerns infinite series:

- (a) Determine the value of the infinite series: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n} \pi^{2n}}{(2n)!}$ (5%)
- (b) Show that the infinite series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x}{n(1+n^2)}$ converges *uniformly* on \mathbf{R} . (10%)

國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：海洋物理學【海下海物所碩士班乙組選考】

共 2 頁 第 | 頁

一、選擇題(每題 3 分共 60 分) (請在試卷上作答，否則不予計分)

1. 下列何者不是我國現役的海洋研究船? (1)九連號(2)達觀鑑(3)海研一號(4)水試一號。
2. 南森瓶(Nansen Bottle)是 19 世紀挪威探險家南森所發明，其主要功能是? (1)測聲速(2)採底泥(3)採海水(4)量葉綠素。
3. 溫鹽深儀(CTD)如何測量海水鹽度的高低? (1)直接測量海水中鹽的重量(2)測量水壓(3)測量海水的導電度(4)測量海水的比重。
4. 海洋觀測儀器的特性比較不重要的為? (1)能抵抗水壓，不使海水滲入損壞儀器(2)在惡劣天候下仍能工作(3)儀器材料必須能抵海水強烈的腐蝕性(4)要有流線型的外殼。
5. 鹽度是指一公斤海水中所含有之固體物質之總克數，下列自然現象對鹽度的影響比較小的是? (1)蒸發(2)降雨(3)結冰(4)增溫。
6. 深水環流主要討論的是海水在垂直方向的運動，驅動深水環流的最主要因素為(1)海面風應力(2)河川排水(3)海水溫鹽分佈(4)全球暖化效應。
7. 大洋環流主要討論的是海水在水平方向的運動，驅動洋流的最主要控制因子為(1)海面風應力(2)蒸發降雨(3)海水結冰及冰山溶化(4)全球暖化效應。
8. 黑潮之平均流量約? Sv ($1\text{ Sv} = 10^6\text{ m}^3/\text{s}$) (1)0.2 (2)2 (3)22 (4)220。
9. 下列何者與厄克曼螺旋(Ekman Spiral)的關係相對上最弱? (1)風吹對海面施加的風應力(2)海水流動時受到的科氏力(3)水流運動時產生的磨擦力(4)海水受日照產生的分層現象。
10. 厄克曼螺旋所產生的厄克曼搬運常會造成湧升流，因此冬季東北季風盛行時台灣附近海域何處有可能見到湧升流? (1)基隆(2)花蓮(3)綠島(4)恆春。
11. 台灣附近的洋流主要受大洋環流所控制，其長時間的平均流向是? (1)由東向西(2)由西向東(3)由南向北(4)由北向南。
12. 同一頻率之波浪傳播時，波速在深水較快，淺水較慢，導致波射線發生彎曲稱為折射，其作用在沙質海岸容易形成? (1)凹形海灣(2)凸形海岸(3)平直海灘 (4)以上皆非。
13. 代表波高亦有人稱為有義波高(Significant wave height)，係海面上某點長時間連續觀測，所得波高中選取最大的多少組平均後所得到的數值? (1)1/2(2)1/3(3)1/4(4)1/7。
14. 波高與波長之比值 H/L 稱之波尖銳度(Wave steepness)，當此值大過多少時，波峰附近的水粒子向前運動的速度比波形移動(相速)還要快，波浪便會崩潰破碎? (1)1/2(2)1/3(3)1/4(4)1/7。
15. 風浪大小與風力有關，風浪成熟度又受吹風距離與吹風延時所控制，台灣附近冬季東北季風盛行時何處風浪會較小? (1)澎佳嶼(2)蘭嶼(3)小琉球(4)澎湖。
16. 波浪共振會使波高倍增，颱風波浪常使台灣何處造成港池振盪，致船舶無法繫纜? (1)基隆港(2)花蓮港(3)高雄港(4)台中港。
17. 牛頓平衡潮理論的要義是講海面因受天體運動所引發的週期性水面升降現象，主要係因何力的平衡? (1)離心力與引力(2)離心力與科氏力(3)引力與科氏力(4)科氏力與壓力梯度力。
18. 潮波在台灣海峽傳遞時會受到地理環境的影響，台灣西岸潮差最大之處約在? (1)淡水(2)新竹(3)台中(4)台南。
19. 加拿大的芬地灣是全世界潮差最大之處，當地最大潮差高達 15 公尺，該地區大潮差最重要的因素為? (1)淺水地形摩擦效應(2)海灣長度接近潮波 1/4 波長發生共振(3)入射的潮波在上溯傳播形成湧潮(4)潮汐不等效應。
20. 源於秘魯沿岸的聖嬰現象(El Niño)其行為是? (1)赤道太平洋西風減弱，暖水東移至東岸(2)原先之湧升流及冷海流消失，漁產大減(3)印度洋之氣壓分佈產生南方振盪(Southern Oscillation)現象(4)太平洋西岸盛行高壓下沉氣流，東岸也盛行高壓下沉氣流。

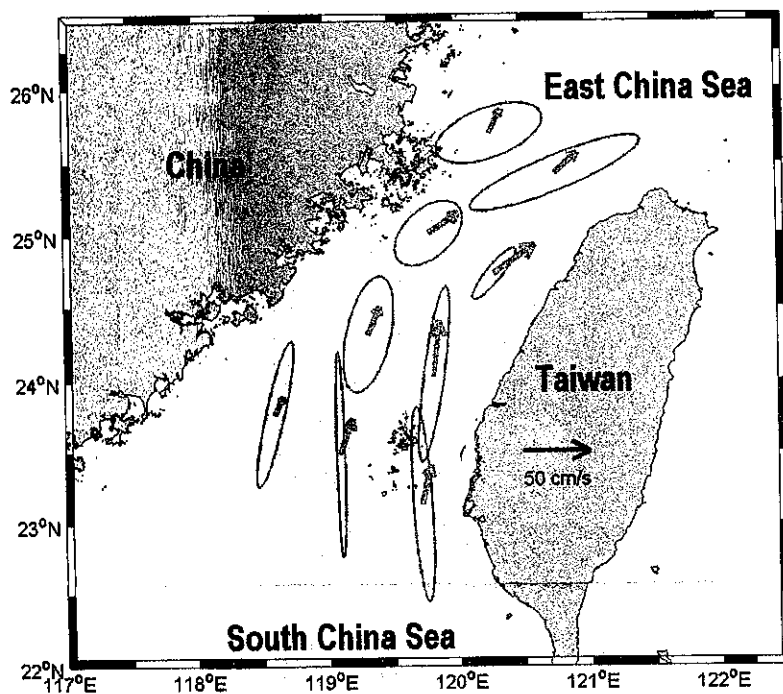
國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：海洋物理學【海下海物所碩士班乙組選考】

共 2 頁 第 2 頁

二、問答題(每題 20 分共 40 分) (請在試卷上作答，否則不予計分)

1. 請敘述造成海水具有多種色彩的原因為何?
2. 下圖為台灣海峽的潮流(橢圓)及洋流(箭頭)，請依圖描述其流況分佈?
(例如流速大小、隨位置的變化或討論海流的驅動力及來源等)



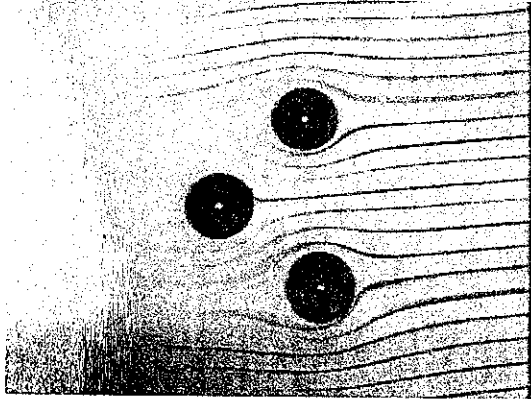
國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：流體力學【海下海物所碩士班乙組選考】

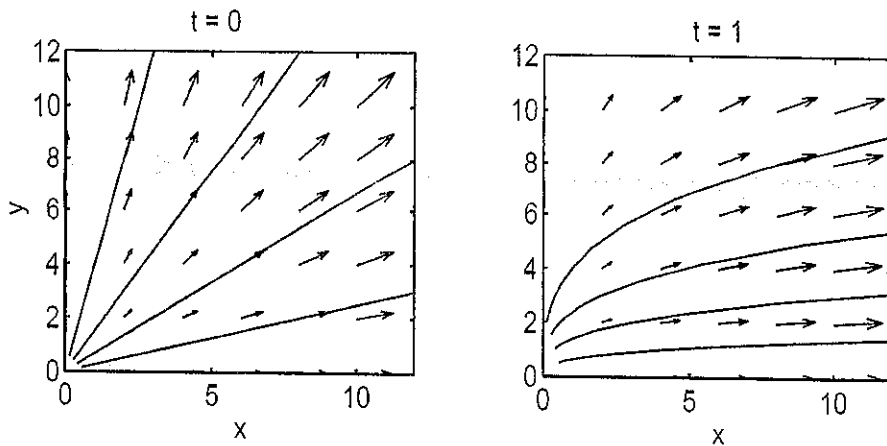
共 2 頁 第 1 頁

1. Fluid Kinematics (20%)

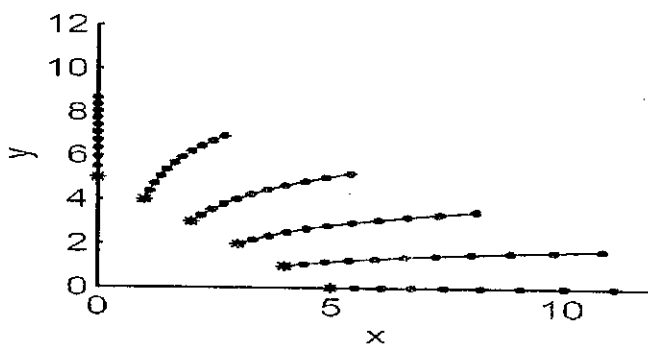
(a) 下圖為一實驗結果的攝影圖，可否指出圖中的徑線(Pathlines or Trajectories)、煙線(Streaklines)與流線(Streamlines)? (10%)



(b) 以下箭頭代表流速，圖中的線有何名稱? (5%)



(c) 以下的點代表時間為 0 時位於星號位置的質點在後續時間的位置，圖中的線有何名稱? (5%)



國立中山大學 96 學年度碩士班招生考試試題

科目：流體力學【海下海物所碩士班乙組選考】

共 2 頁 第 2 頁

2. (30%)

(a) 船在水面所受的阻力由以下參數所決定：船長 L ，船速 u ，重力加速度 g ，水的密度 ρ ；即 $F=f(L,u,g,\rho)$ 。利用無因次分析方法將其無因次化。

(Hint: Use Buckingham's Pi method, 15%)

(b) 船長 40m，船速 10m/sec，設地球表面重力加速度 10m/sec^2 ，水的密度 1000kg/m^3 。模型船長 1m，欲求船在水面所受的阻力，模型船船速應為多少？模型船長與實際船隻在水面所受的阻力比值為多少？（概略估算即可，15%）

3. 計算 (20%)

(a) 有一無限寬的渠道，坡度 1/100， $n=0.01$ ，水深 1000m，請以曼寧公式求其流速。（概略估算即可，10%）

(b) 長寬皆為 L 的方型水塔，蓄水深 H ，底部有一長寬皆為 M 的方形開口。打開開口後多久水深變成 $H/2$ ？（10%）

4. 解釋下列方程式 (30%)

(a) 下列方程式之意義為何？其導出有何基本假設？（10%）

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(b) 下列方程式之意義為何？其中方程式右邊第 1、第 3、第 4 項之意義分別為何？方程式右邊與你在大學流體力學課程所學有何不同？（15%）

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega u \cos \varphi - g + F_z$$

(c) 上式中 local and advective accelerations 各為何？（5%）